



LOIS DE NEWTON AU MOUVEMENT PALN

FORMULES ESSENTIELLES

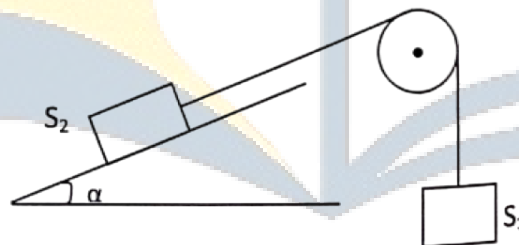
Dans un référentiel galiléen, la deuxième loi de Newton s'écrit :

- $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$ Pour un mouvement en **translation (TCI)**
- $\sum \mathfrak{M}(F_{ext}) = J_{\Delta} \ddot{\theta}$ Pour un mouvement en **Rotation (RFD)**

APPLICATION

Deux solides S_1 et S_2 de masses respectives m_1 et m_2 , sont reliées par une corde inextensible de masse négligeable passant par la gorge d'une poulie de masse M et de rayon r , tournant sans frottement autour d'un axe horizontal (Δ), confondu avec l'axe de rotation de la poulie. Le solide S_2 glisse sans frottement sur une surface lisse et incliné d'un angle α par rapport à l'horizontale. On abandonne le système sans vitesse initiale. En considérant que la corde ne glisse pas sur la poulie:

- 1.1. Déterminer l'expression du moment d'inertie J_{Δ} de la poulie par rapport à l'axe (Δ). [0,25 Pt]
- 1.2. Déterminer l'expression de l'accélération des deux masses. [3 Pts]
- 1.3. Quelle relation doit vérifier m_1 et m_2 pour que le système soit entraîné par m_1 ? [0,5 Pt]
- 1.4. La relation précédente étant vérifiée, déterminer les expressions des tensions T_1 et T_2 des cordes. [1 Pt]
- 1.5. Quels résultats obtiendrait-on en négligeant le moment d'inertie de la poulie ? [0,75 Pt]



RAPPEL

$$\ddot{\theta} = \frac{a}{r}$$

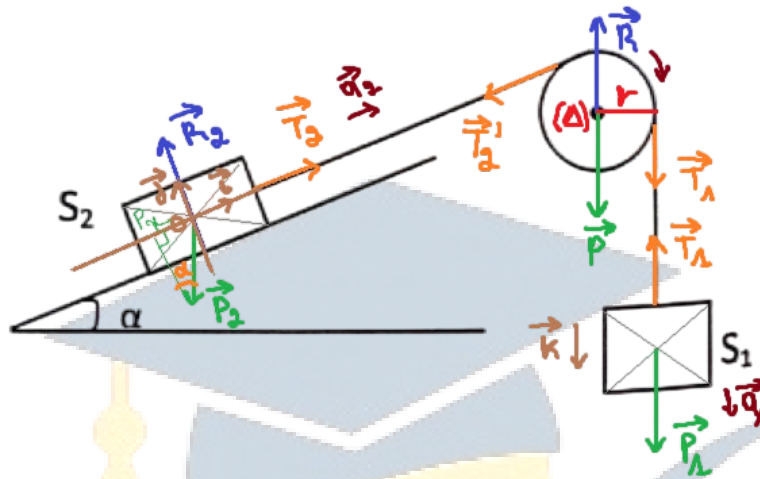
SOLUTION

- 1.1) Moment d'inertie de la poulie

$$J_{\Delta} = \frac{1}{2} M r^2$$

- 1.2) Expression de l'accélération (a)





- Etude du système (S_1)

D'après TCI : $\vec{P}_1 + \vec{T}_1 = m_1 \vec{a}_1$. Suivant $\vec{k}$: $P_1 - T_1 = m_1 a_1 \rightarrow T_1 = m_1(g - a_1)$ (1)

- Etude du système (S_2)

D'après TCI : $\vec{P}_2 + \vec{T}_2 + \vec{R}_2 = m_2 \vec{a}_2$. Suivant $\vec{i}$: $-P_x + T_2 = m_2 a_2$ or $P_x = P_2 \sin \alpha \rightarrow -m_2 g \sin \alpha + T_2 = m_2 a_2 \rightarrow T_2 = m_2(a_2 + g \sin \alpha)$ (2)

- Etude du système Poulie

D'après RFD : $\mathfrak{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathfrak{M}_\Delta(\vec{R}) + \mathfrak{M}_\Delta(\vec{T}'_1) + \mathfrak{M}_\Delta(\vec{T}'_2) = J_\Delta \ddot{\theta}$ or $\mathfrak{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$ et $\mathfrak{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$ car $\vec{P}$ et $\vec{R}$ rencontre l'axe (Δ), $\mathfrak{M}_\Delta(\vec{T}'_1) + \mathfrak{M}_\Delta(\vec{T}'_2) = J_\Delta \ddot{\theta} \rightarrow T'_1 r - T'_2 r = \frac{1}{2} M r^2 \ddot{\theta} \rightarrow T'_1 - T'_2 = \frac{1}{2} M r \ddot{\theta}$ (3)

➤ Le fil étant inextensible, $T_1 = T'_1$ et $T_2 = T'_2$

➤ $\ddot{\theta} = \frac{a_1}{r} = \frac{a_2}{r} \rightarrow a_1 = a_2 = a$ avec $\ddot{\theta} = \frac{a}{r}$

(1) et (2) dans (3) : $m_1(g - a) - m_2(a + g \sin \alpha) = \frac{1}{2} M r \frac{a}{r} \rightarrow$

$$m_1 g - m_2 g \sin \alpha = a \left(m_1 + m_2 + \frac{M}{2} \right) \rightarrow a = \frac{g(m_1 - m_2 \sin \alpha)}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}$$

1.4) Expression de T_1 et de T_2



D'après la question 1.2, $T_1 = m_1(g - a)$ avec $a = \frac{g(m_1 - m_2 \sin \alpha)}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}}$

$$T_1 = m_1 \left(g - \frac{g(m_1 - m_2 \sin \alpha)}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} \right) \rightarrow T_1 = m_1 g \left(\frac{m_2(1 + \sin \alpha) + \frac{M}{2}}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} \right)$$

$$T_2 = m_2(a + g \sin \alpha) = m_2 \left(\frac{g(m_1 - m_2 \sin \alpha)}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} + g \sin \alpha \right) \rightarrow$$

$$T_2 = m_2 g \left(\frac{m_1(1 + \sin \alpha) + \frac{M}{2} \sin \alpha}{m_1 + m_2 + \frac{M}{2}} \right)$$

1.5) Expression de T_1 et de T_2 en négligeant J_Δ

$$T_1 = m_1 g \left(\frac{m_2(1 + \sin \alpha)}{m_1 + m_2} \right) \leftrightarrow T_1 = m_1 m_2 g \left(\frac{1 + \sin \alpha}{m_1 + m_2} \right)$$

$$T_2 = m_2 g \left(\frac{m_1(1 + \sin \alpha)}{m_1 + m_2} \right) \rightarrow T_2 = m_1 m_2 g \left(\frac{1 + \sin \alpha}{m_1 + m_2} \right)$$

VIAJEC

