



CINEMATIQUE : MOUVEMENT RECTILIGNE UNIFORMEMENT VARIEE (MRUV)

FORMULES ESSENTIELLES

Un MRUV s'effectue sur une ligne droite avec une accélération constante. Suivant l'axe $(x'x)$ on a :

- $a_x = \text{cste}$
- $v_x = a_x t + v_0$
- $x = \frac{1}{2} a_x t^2 + v_0 t + x_0$
- $v^2 - v_0^2 = 2a_x(x - x_0)$

APPLICATION

Une automobile de masse $m = 1380 \text{ Kg}$ est arrêtée sur une route horizontale rectiligne ; elle démarre et sa vitesse V_1 atteint 80 km/h au bout d'un parcours $d = 400 \text{ m}$.

- 1) Déterminer :
 - a) L'accélération du centre d'inertie de l'automobile
 - b) L'équation horaire liant l'abscisse x de l'automobile au temps
 - c) La durée de ce parcours
 - d) L'intensité de la force motrice
- 2) A cette vitesse, l'automobile cesse d'accélérer, freine et s'arrête au bout de 22 m de parcours. Déterminer :
 - a) L'accélération de l'automobile pendant cette phase
 - b) L'intensité F_2 de la force de freinage constante nécessaire pour immobiliser la voiture
- 3) Etablir l'équation horaire du mouvement du centre d'inertie de l'automobile pendant cette phase et calculer le temps mis pour s'arrêter.

RAPPEL

TEC (Théorème de l'Energie Cinétique) : $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext})$

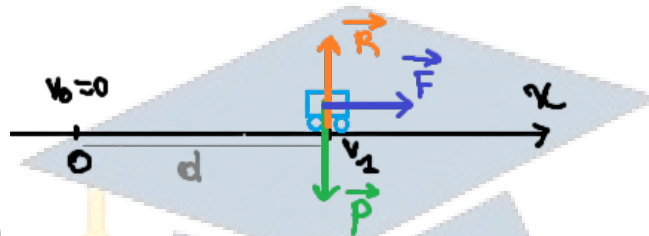
TCI (Théorème du Centre d'Inertie) : $\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a}_1$





SOLUTION

Données : $m = 1380 \text{ Kg}$; $V_0 = 0 \text{ m/s}$; $V_1 = 80 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{80 \times 1000}{3600} = 22,22 \text{ m/s}$; $d = 400 \text{ m}$;
 $d' = 20 \text{ m}$



1)

1.a) L'accélération de l'automobile (a_1)

$$v_1^2 - v_0^2 = 2a_1(d) \rightarrow \boxed{a_1 = \frac{v_1^2}{2d}} \quad \underline{\text{AN}} : a_1 = \frac{(22,22)^2}{2 \times 400} = 0,617 ; \quad \underline{\underline{a_1 = 0,617 \text{ m.s}^{-2}}}$$

1.b) Equation horaire du mouvement

Prenons comme origine des espaces et du temps l'instant de démarrage de l'automobile, on a : $x(t) = \frac{1}{2} a_1 t^2 + v_0 t + x_0$ avec $x_0 = 0 \text{ m}$ donc

$$x(t) = \frac{1}{2} (0,617) t^2 + (0) t + 0 = 0,308 t^2 ; \quad \underline{\underline{x(t) = 0,31 t^2 \text{ (m)}}}$$

1.c) Durée du parcours

$$\text{On a : } x(t) = 0,31 t^2 ; \text{ pour } x = d \rightarrow \boxed{t = \sqrt{\frac{d}{0,31}}} \quad \underline{\text{AN}} : t = \sqrt{\frac{400}{0,31}} = 35,92 \text{ s} \quad \underline{\underline{t = 36 \text{ s}}}$$

1.d) Intensité de la force motrice F

➤ Méthode 1 : TEC

D'après le TEC : $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Leftrightarrow E_{c_1} - E_{c_0} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F})$ or

- $E_{c_0} = 0 \text{ J}$ Car $v_0 = 0 \text{ m/s}$
- $W(\vec{P}) = W(\vec{R}) = 0$ Car $\vec{P}$ et $\vec{R}$ sont perpendiculaire au déplacement (ox)

$$\text{Donc } E_{c_1} = W(\vec{F}) \Leftrightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = F d \rightarrow \boxed{F = \frac{m v_1^2}{2d}} \quad \underline{\text{AN}} : F = \frac{1380 \times 22,22^2}{2 \times 400} = 851,68 ;$$

$$\underline{\underline{F \approx 852 \text{ N}}}$$

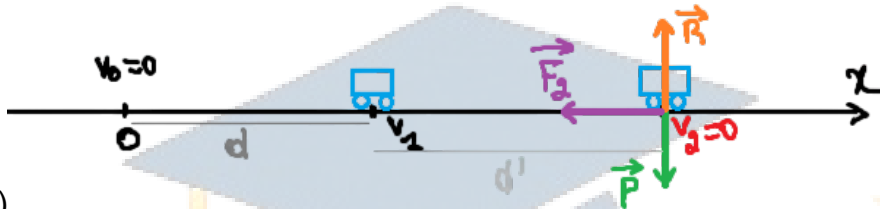




➤ Méthode 2 : TCI

D'après le TCI : $\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a}_1 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\vec{a}_1$

Suivant (ox): $\boxed{F = ma_1}$ AN: $F = 1380 \times 0,617 = 851,46$ $F \approx 852 \text{ N}$



2)

2.a) Calculons l'accélération (a_2)

$$v_2^2 - v_1^2 = 2a_2(d') \rightarrow \boxed{a_2 = -\frac{v_1^2}{2d'}} \text{ AN: } a_2 = -\frac{(22,22)^2}{2 \times 22} = -11,22; \underline{\underline{a_2 = -11,22 \text{ m.s}^{-2}}}$$

2.b) Calculons F_2

➤ Méthode 1 : TEC

D'après le TEC : $\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext}) \Leftrightarrow E_{c_2} - E_{c_1} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}_2) \Leftrightarrow$

$$-\frac{1}{2}mv_1^2 = -F_2d' \rightarrow \boxed{F_2 = \frac{mv_1^2}{2d'}} \text{ AN: } F_2 = \frac{1380 \times 22,22^2}{2 \times 22} = 15\,485,11; \underline{\underline{F_2 \approx 15\,485 \text{ N}}}$$

➤ Méthode 2 : TCI

D'après le TCI : $\sum(\vec{F}_{ext}) = m\vec{a}_2 \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} + \vec{F}_2 = m\vec{a}_2$

Suivant (ox): $\boxed{F_2 = ma_2}$ AN: $F_2 = 1380 \times 11,22 = 15\,485,118; \underline{\underline{F_2 \approx 15\,485 \text{ N}}}$

3) Equation horaire et temps mis

Prenons comme origine des espaces et de temps ; l'instant où débute le freinage on a :

$$x = \frac{1}{2} a_2 t^2 + v_1 t + x_0 \text{ avec } x_0 = 0 \text{ m. On a : } x = \frac{1}{2} (11,22)t^2 + (22,22)t \Leftrightarrow$$

$$\underline{\underline{x = 5,61t^2 + 22,22t \text{ (m)}}}$$

$$\text{Pour } x = d' \rightarrow 5,61t^2 + 22,22t = 22 \rightarrow 5,61t^2 + 22,22t - 22 = 0$$

$$\Delta = (22,22)^2 - 4(5,61)(-22) = 987,408 = 31,42^2; t = \frac{-22,22 \pm 31,42}{2 \times 5,61} = 0,82 \underline{\underline{t = 0,82 \text{ s}}}$$

