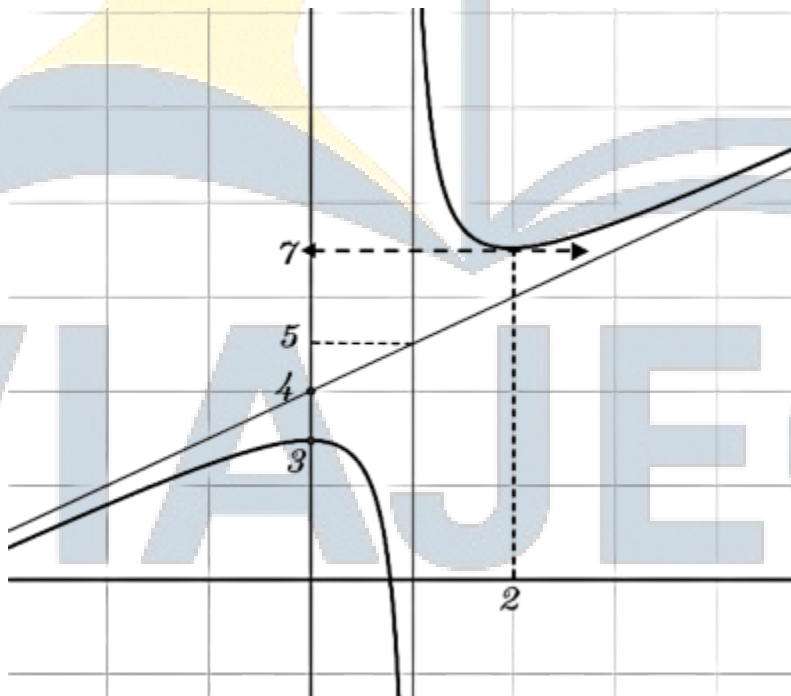




FONCTION NUMERIQUE – ETUDE GRAPHIQUE

EXERCICE

- I- On considère le système suivant :
$$\begin{cases} x - z = 0 \\ 2x + y + z = 7 \\ y - z = 3 \end{cases}$$
- 1- Résoudre le système ci-dessous. 1,5pt
- II- On considère la courbe représentative de la fonction f comme l'indique la figure ci-dessous.
- 2- Déterminer le domaine de définition de f) 0,25pt
- 3- Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$. 1pt
- 4- Déduire l'équation de asymptote verticale a (Cf). 0,25pt
- 5- Déterminer $f(2)$; $f'(2)$; $f(0)$ et $f'(0)$ 1pt
- 6- Dresser le tableau de variation de f . 1pt
- 7- On suppose que la fonction est définie par : $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$
- a- Déduire de la question 3) que a , b et c vérifié le système $(S') \begin{cases} a - c = 0 \\ 2a + b + c = 7 \\ b - c = 3 \end{cases}$ 0,75pt
- b- Déduire les valeurs de a b et c 0,75pt
- c- Déterminer l'équation cartésienne de l'asymptote oblique 0,5pt



SOLUTION





1) Résolvons le système

$$\begin{cases} x - z = 0 & (1) \\ 2x + y + z = 7 & (2) \\ y - z = 3 & (3) \end{cases}$$

(1): $x = z$; (3): $y = z + 3$; (1) et (3) dans (2): $2(z) + z + 3 + z = 7$

$$4z = 4 \rightarrow z = 1; x = z = 1 \text{ et } y = 1 + 3 = 4 \text{ donc } S_{\mathbb{R}^3} = \{(1; 4; 1)\}$$

2) Domaine de définition de f

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$$

3) Limite de f(x)

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$$

4) Equation de l'asymptote verticale

$$x = 1$$

5) Déterminons $f(2)$; $f'(2)$; $f(0)$; $f'(0)$

$$f(2)=7; f'(2)=0; f(0)=3; f'(0)=0$$

6) Tableau de variation de f

X	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	3	$+\infty$	7	$+\infty$	

7a) Montrons que a ; b et c vérifient le système

On a $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$, $f'(x) = a - \frac{c}{(x-1)^2}$ d'après la question 5, on a :

- $f(0) = 3 \Leftrightarrow b - c = 3$
- $f(2) = 7 \Leftrightarrow 2a + b + c = 7$





- $f'(0) = 0 \Leftrightarrow a - c = 0$

Donc a, b et c vérifient le système
$$\begin{cases} a - c = 0 \\ 2a + b + c = 7 \\ a - c = 3 \end{cases}$$

7b) Déduisons a , b et c

D'après la question 1, on a $a = 1 ; b = 4$ et $c = 1$

7c) Equation de l'asymptote oblique

On a $f(x) = x + 4 + \frac{1}{x-1}$

$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) - (x + 4) = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x-1} = 0$ Donc $y = x + 4$ est une asymptote oblique à (C_f)

VIAJEC

